Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

22/06/2018

MATRICOLA....................... **NOME E COGNOME.................................**

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [ ] 27/06 [ ] 28/06 [ ] 29/06 .

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) *(6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di* $\alpha \in \mathbb{R}^+$*:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\alpha^n + 3}{\sqrt{(n+1)^n}} \cdot \frac{n^{\frac{n}{2}}\, n^{2\alpha}}{2^n + 1}.$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\left(e^{e^x} - e^{(1+3x)^{1/3}}\right) + \log(1-x) + \sin\left(x + \frac{x^2}{2}\right)}{\sin(2+x)[\arctan(x^3) + \cos(x^3) - 1]}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_0^{1/2} \frac{\sqrt{2-2x}}{\sqrt{2x+1}}\,dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = e^{-\left|1 - \frac{1}{1-x^2}\right|}$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di f ed eventuale parità o disparità*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti*

(5) *(2 punti) Sia $f(x) = e^x \log(x^2)$ e sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $g'(0) = 1$. Posto $h(x) := g(f(x))$, calcolare $h'(1)$.*

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^5) \quad \text{per } x \to 0.$$

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \to 0$$

Prova scritta di Analisi Matematica T-A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - A.A 2017/18

22/06/2018

MATRICOLA...................... **NOME E COGNOME................................**

Segnalare se si è impossibilitati a sostenere l'orale in al più uno tra i seguenti giorni: [ ] 27/06 [ ] 28/06 [ ] 29/06

Non è consentito l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

(1) *(6 punti) Calcolare il seguente limite di successione, al variare di* $\beta \in \mathbb{R}^+$*:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)^{\frac{n}{2}}}{5^n - 7} \cdot \frac{(2\beta)^n + 2}{n^\beta \sqrt{n^n}}.$$

(2) *(8 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:*

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(\sqrt{2}x) + \log(1-x^2) + x^2\left[e^{\sqrt{1+2x}} - e^{e^x}\right]}{e^{x+1}\left[(1+5x^4)^{\frac{1}{3}} + \sin(x^6) - 1\right]}.$$

(3) *(8 punti) Calcolare il seguente integrale:*

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}dx.$$

(4) *(8 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo*

$$f(x) = e^{-\left|1-\frac{1}{1-x^2}\right|}$$

Determinare in particolare:

- *Dominio*
- *Limiti negli estremi del dominio*
- *Segno di f ed eventuale parità o disparità*
- *Intervalli di monotonia*
- $\sup f$ *e* $\inf f$ *ed eventuali punti di massimo/minimo locali/assoluti*

(5) *(2 punti) Sia* $f(x) = x^2\log(x^3)$ *e sia* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *tale che* $g'(0) = 2$*. Posto* $h(x) := g(f(x))$*, calcolare* $h'(1)$*.*

Si ricordano le seguenti formule di Taylor:

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \to 0$$